

Laboratorium z Krystalografii

Elementy symetrii makroskopowej.

2 godz.

Cel ćwiczenia: zapoznanie się z działaniem elementów symetrii makroskopowej z wykorzystaniem modeli komórek elementarnych oraz programu komputerowego *KRYSI*.

Wstęp teoretyczny.

Makroskopowe elementy symetrii, charakteryzują się tym, że wykonane za ich pomocą przekształcenia symetryczne doprowadzają figurę z powrotem do położenia wyjściowego, czyli figura nakłada się sama na siebie. Do podstawowych elementów symetrii zaliczamy: środek symetrii, płaszczyznę symetrii, zwykłe i inwersyjne osie symetrii.

Figurą geometryczną może być punkt, lub zbiór punktów, jak również : kryształ, ściana lub naroże kryształu, płaszczyzna sieciowa, prosta sieciowa, komórka elementarna, węzeł, atom lub cząsteczka chemiczna.

Figura jest symetryczna wtedy, kiedy składa się z równych, prawidłowo rozmieszczonych części. Równe i prawidłowo rozmieszczone części figury są względem siebie symetrycznie równoznaczne.

Proste elementy symetrii:

- **środek symetrii** - punkt położony w środku geometrycznym figury, który ma tę własność, że na dowolnej prostej przeprowadzonej przez środek symetrii, w jednakowej od niego odległości, znajdują się jednakowe pod względem geometrycznym i fizycznym punkty figury. Przekształcenie symetryczne, spowodowane działaniem środka symetrii nazywamy **inwersją**.

Międzynarodowy symbol środka symetrii - $\bar{1}$

Symbol Schönfliesa - C_i

Symbol graficzny - \circ

- **oś symetrii** - jest to prosta o takiej właściwości, że figura podczas obrotu o 360° wokół niej pokrywa się **n - razy**.





Liczba $n = 360^\circ/\alpha$ jest to tzw. *krotność osi*.

- W kryształach mogą występować tylko te osie symetrii, wokół których ta sama część (motyw) kryształu powtarza się co 180° , 120° , 90° i 60° , czyli odpowiednio 2, 3, 4 i 6 razy. Przekształcenie symetryczne, spowodowane działaniem osi symetrii nazywamy **obrotem**.

Kąt powtarzalności motywu α , zwany jest *amplitudą osi*:



$$\alpha = 360^\circ/n$$

Tablica 1. Charakterystyka osi symetrii

Nazwa osi	n	α	Symbol		
			Międzynarodowy	Schönfliesa	Graficzny
Jednokrotna	1	360^0	1	C_1	brak
Dwukrotna	2	180^0	2	C_2	
Trójkrotna	3	120^0	3	C_3	
Czterokrotna	4	90^0	4	C_4	
Sześciokrotna	6	60^0	6	C_6	

- **płaszczyzna symetrii** - płaszczyzna symetrii dzieli figurę na dwie równe części, które mają się do siebie tak, jak przedmiot do obrazu w zwierciadle płaskim. Przekształcenie symetryczne, spowodowane działaniem płaszczyzny symetrii nazywamy **odzwierciedleniem**.
Symbol międzynarodowy płaszczyzny symetrii - **m**
Symbol Schönfliesa – C_s

Tablica 2. Symbole graficzne płaszczyzny symetrii

Symbole graficzne płaszczyzny symetrii	
Płaszczyzna symetrii prostopadła do płaszczyzny rysunku	Płaszczyzna symetrii równoległa do płaszczyzny rysunku
	

Złożone elementy symetrii:

- **oś inwersyjna** (symbol międzynarodowy osi symetrii – **n**, symbol Schönfliesa – C_{ni}) jest złożonym elementem symetrii, jej działanie polega na sprzężonym działaniu dwóch przekształceń obrotu względem n – krotnej osi symetrii i inwersji.

Sprzężone działanie dwóch elementów symetrii nazywamy **iloczynem**.

- przekształcenie względem jednokrotnej osi inwersyjnej jest równoważne przekształceniu względem środka symetrii.

$$1 \cdot \bar{1} \equiv \bar{1}$$

- dwukrotnej osi inwersyjnej równoważna jest płaszczyzna symetrii prostopadła do osi dwukrotnej.

$$2 \cdot \bar{1} = \bar{2} \equiv m$$

- iloczyn trójkrotnej osi symetrii i środka symetrii jest równoważny niezależnemu działaniu tych elementów.

$$3 \cdot \bar{1} = \bar{3} \equiv 3 + 1$$




- oś 4 jest niezależnym elementem symetrii (nie można jej działania zastąpić kombinacją znanych już elementów symetrii).

$$4 \cdot \bar{1} = \bar{4}$$

- iloczyn sześciokrotnej osi symetrii i środka symetrii jest równoważny działaniu trójkrotnej osi symetrii i prostopadłej do niej płaszczyzny.

$$6 \cdot \bar{1} = \equiv \frac{3}{m}$$

Tablica 1. Charakterystyka inwersyjnych osi symetrii

Nazwa osi	Symbol	
	Międzynarodowy	Graficzny
Jednokrotna inwersyjna	$\bar{1}$	-
Dwukrotna inwersyjna	$\bar{2} \equiv m$	-
Trójkrotna inwersyjna	$\bar{3}$	
Czterokrotna inwersyjna	$\bar{4}$	
Sześciokrotna inwersyjna	$\bar{6}$	

- **oś przemienna** (symbol międzynarodowy - \tilde{n} , symbol Schöenfliesa - S_n) jest złożonym elementem symetrii, jej działanie polega na sprzężonym działaniu dwóch przekształceń obrotu względem n – krotnej osi symetrii i przekształcenia względem prostopadłej do niej płaszczyzny symetrii.

Nazwa osi	Symbol Międzynarodowy	Działanie równoważne
Jednokrotna przemienna	$\tilde{1}$	$\tilde{1} \equiv m$
Dwukrotna przemienna	$\tilde{2}$	$\tilde{2} \equiv \bar{1}$
Trójkrotna przemienna	$\tilde{3}$	$\tilde{3} \equiv \bar{6}$
Czterokrotna przemienna	$\tilde{4}$	$\tilde{4} \equiv \bar{4}$
Sześciokrotna przemienna	$\tilde{6}$	$\tilde{6} \equiv \bar{3}$

Osie przemiennie nie dają żadnych przekształceń, których nie można uzyskać za pomocą innych, znanych już operacji symetrii!

Wykonanie ćwiczenia:

Ćwiczenie 1.

Określanie położenia elementów symetrii makroskopowej w komórkach elementarnych poszczególnych układów krystalograficznych.

Ćwiczenie 2.

Zapoznanie się z działaniem elementów symetrii makroskopowej z wykorzystaniem programu komputerowego KRYSI.

1.1. Nacisnąć ikonę z napisem KRYSI.

1.2. Wybrać opcję **Symetria** i dalej podopcję **Prezentacja elementów symetrii**.

1.3. Korzystając z programu komputerowego zapoznać się z przekształceniem motywu względem elementów symetrii makroskopowej: środka symetrii, płaszczyzny symetrii m , osi symetrii zwykłych: 1, 2, 3 4 i 6, oraz osi inwersyjnych: $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$.

1.4. Obserwować przekształcanie motywu dla poszczególnych elementów symetrii.

Zadania

Zadanie 1.

Narysować komórki elementarne układu rombowego i regularnego i zaznaczyć elementy symetrii makroskopowej w nich występujące.

Zadanie 2.

Wykazać graficznie, że:

- działanie dwukrotnej osi inwersyjnej równoważne jest działaniu płaszczyzny symetrii prostopadłej do osi dwukrotnej.

Zadanie 3.

W kryształach występuje oś czterokrotna inwersyjna. Czy może tam być:

- środek symetrii?

- płaszczyzna symetrii prostopadła do tej osi?

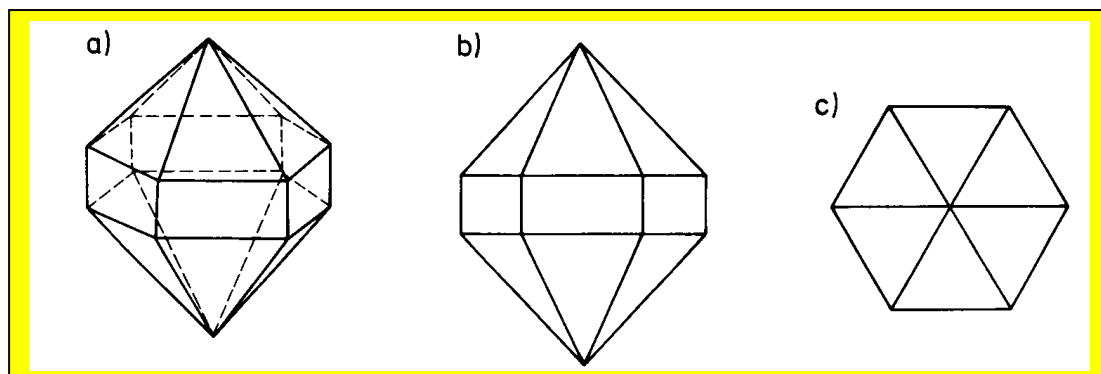
Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4.

Osie przemienne nie dają żadnych przekształceń, których nie można uzyskać za pomocą innych, znanych już operacji symetrii. Jakimi innymi symetrycznymi przekształceniami możemy zastąpić działania osi przemiennej jednokrotnej i sześciokrotnej?

Zadanie 5.

Określ elementy symetrii kryształu przedstawionego na poniższym rysunku.



Kryształ w rzucie: a) równoległo-ukośnym, b) prostokątnym na płaszczyznę YZ, c) prostokątnym na płaszczyznę XY [4].

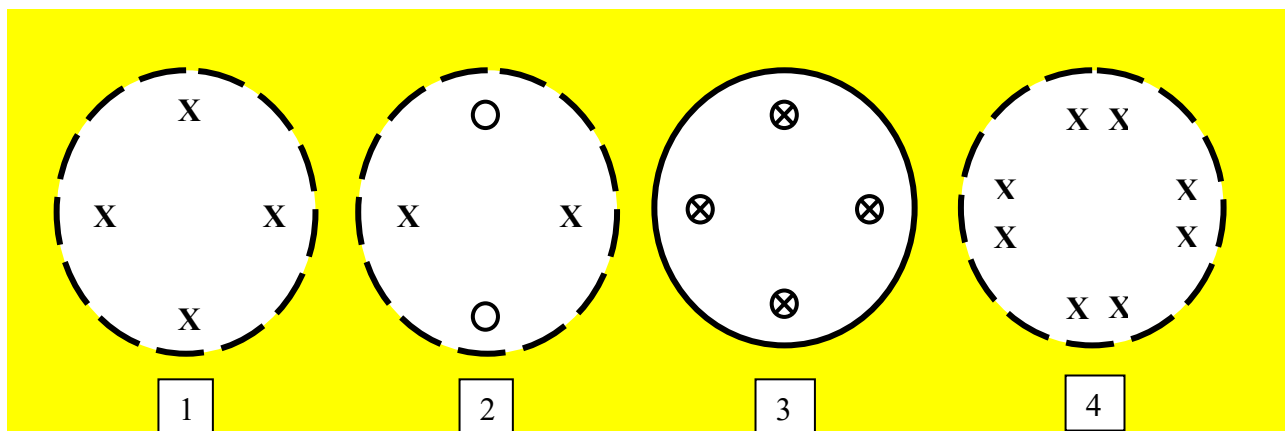
Literatura

1. Z. Trzaska-Durski i H. Trzaska-Durska „Podstawy krystalografii”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003
2. Z. Bojarski, M. Gigla, K. Stróż, M. Surowiec, „Krystalografia”, PWN, Warszawa 2007.
3. Z. Kosturkiewicz, „Metody krystalografii”, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004
4. Z. Bojarski, H. Habla i M. Surowiec, „Materiały do nauki krystalografii”, PWN, Warszawa 1986.
5. M. Van Meerssche i J. Feneau-Dupont, „Krystalografia i chemia strukturalna“, PWN, Warszawa 1984.

Zadania i problemy

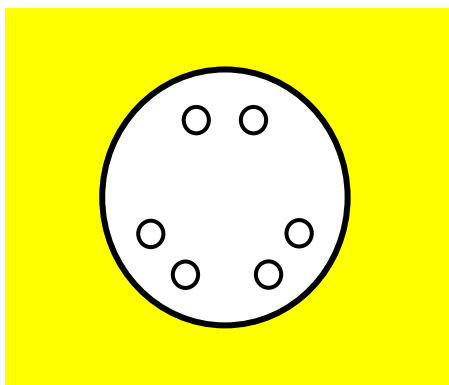
Zadanie 1

Która z przedstawionych poniżej projekcji prezentuje działanie czterokrotnej osi równoległej do kierunku [001].



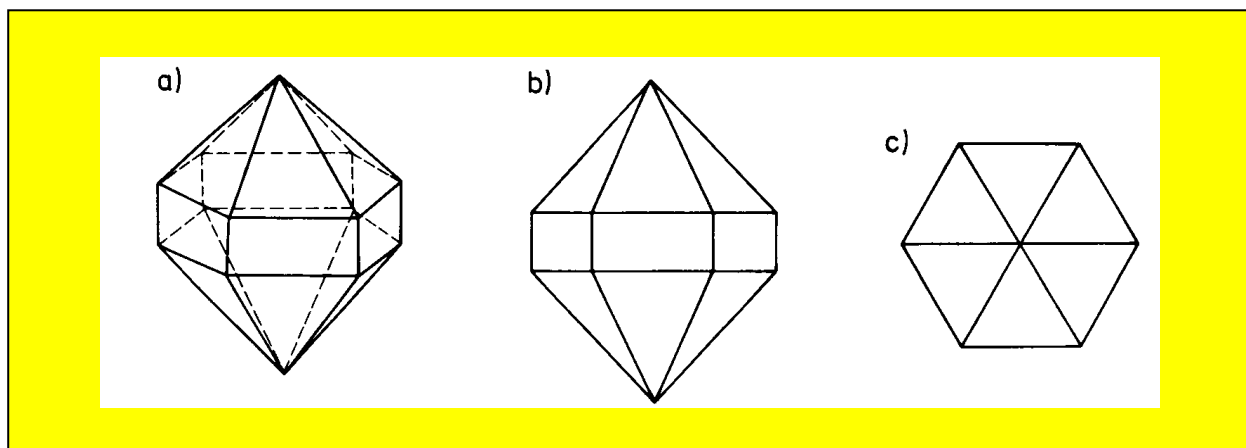
Zadanie 2

Jakie elementy symetrii występują w kryształach, którego projekcję stereograficzną przedstawiono na rysunku:



Zadanie 3

Określ elementy symetrii kryształu przedstawionego na poniższym rysunku i wykonaj projekcję stereograficzną elementów symetrii.



Kryształ w rzucie: a) równoległo-ukośnym, b) prostokątnym na płaszczyznę YZ, c) prostokątnym na płaszczyznę XY.

